FILTROS

INTRODUÇÃO

Os filtros electrónicos constituem um tipo de circuitos muito importante em sistemas de comunicação e instrumentação. Estes constituem uma área da electrónica bastante vasta e por isso vamos abordar somente os conceitos fundamentais sobre o assunto, assim como um conjunto útil de circuitos de filtros e métodos de projecto.

Os filtros separam sinais desejados de sinais indesejados, bloqueiam sinais de interferência, fortalecem sinais de voz e vídeo, e alteram sinais para outras evoluções. Um filtro deixa passar uma banda de frequências e rejeita outra.
Um filtro pode ser **passivo** ou **activo**.

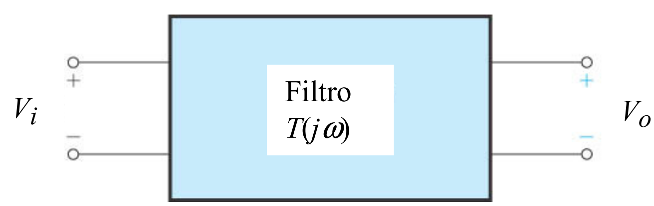
Filtros passivos

- Constituídos por resistências, condensadores e bobines.
- Funcionam bem em altas frequências; em aplicações de baixas frequências (cc até 100 kHz), as bobines necessárias são volumosas, as suas características não são ideais e não podem ser produzidos em circuitos integrados.
- Não têm ganho em potência e são relativamente difíceis de sintonizar.

Filtros activos

- Constituídos por resistências, condensadores e amplificadores operacionais.
- São compatíveis com as técnicas de fabrico de circuitos integrados.
- São úteis para frequências abaixo de 1 MHz, têm ganho em potência e são fáceis de sintonizar.

TRANSMISSÃO DE UM FILTRO



A função de transferência do filtro é dada por

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} \qquad \text{- } \textit{função complexa}$$

A transmissão de um filtro é representada em termos do seu módulo e fase por

$$T(j\omega) = |T(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$

A resposta de amplitude (ou módulo) é a curva de $|T|$ em função da frequência ω.
A resposta de fase é a curva de ϕ em função da frequência ω.

A amplitude de transmissão é geralmente expresso em décibeis pela função ganho

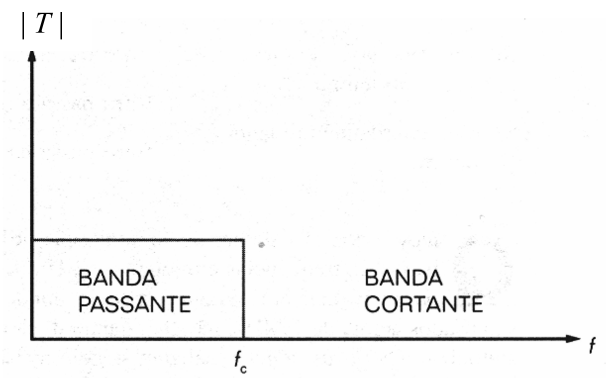
$$G(\omega) = 20 \log |T(j\omega)| \quad \text{(dB)}$$

ou, alternativamente, pela função atenuação

$$A(\omega) = -20 \log |T(j\omega)| \quad \text{(dB)}$$

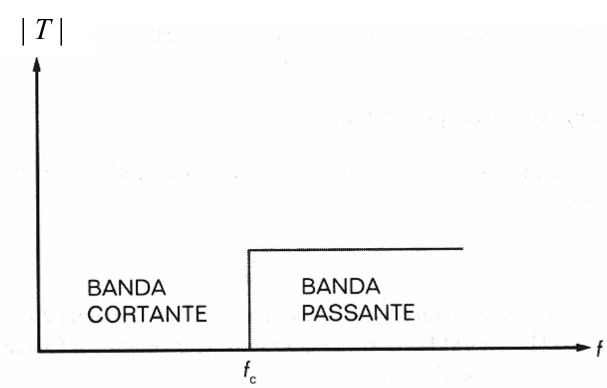
TIPOS DE FILTROS E CARACTERÍSTICAS IDEAIS

Filtro Passa-baixo



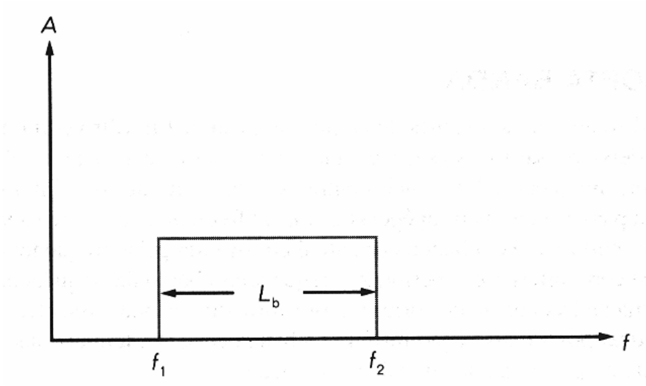
- banda passante ou de passagem
  ($|T| = 1$, atenuação A = 0)
- banda cortante ou banda de rejeição
  ($|T| = 0$, atenuação A = ∞)
- transição vertical
- f_c: frequência de corte
  = frequência de transição
- $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$

Filtro Passa-alto



Filtro Passa-banda

$|T|$



- banda passante ou de passagem
  ($|T| = 1$, atenuação A = 0)
- banda cortante ou banda de rejeição
  ($|T| = 0$, atenuação A = ∞)
- 2 transições vertcais
- f_1 : frequência de corte inferior
- f_2 : frequência de corte superior

Largura de banda : $L_b = f_2 - f_1$

Frequência de centro: $f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$

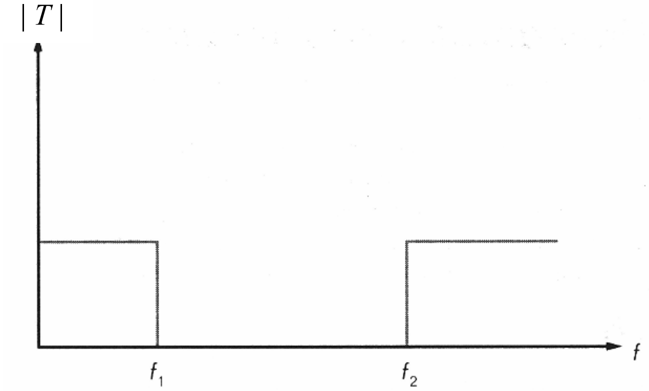
Factor de qualidade de um filtro passa-banda: $Q = \dfrac{f_0}{L_b}$

Quando $Q > 10$ $\quad f_0 \cong \dfrac{f_1 + f_2}{2}$

$Q > 1$: filtro de banda estreita
$Q < 1$: filtro de banda larga

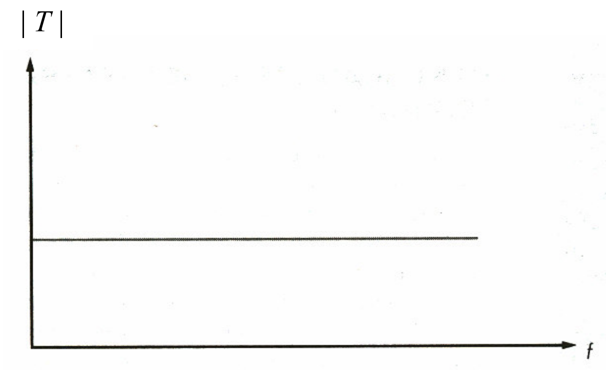
Filtro Corta-banda

$|T|$



As mesmas definições que no caso de um filtro passa-banda

Filtro Passa-tudo



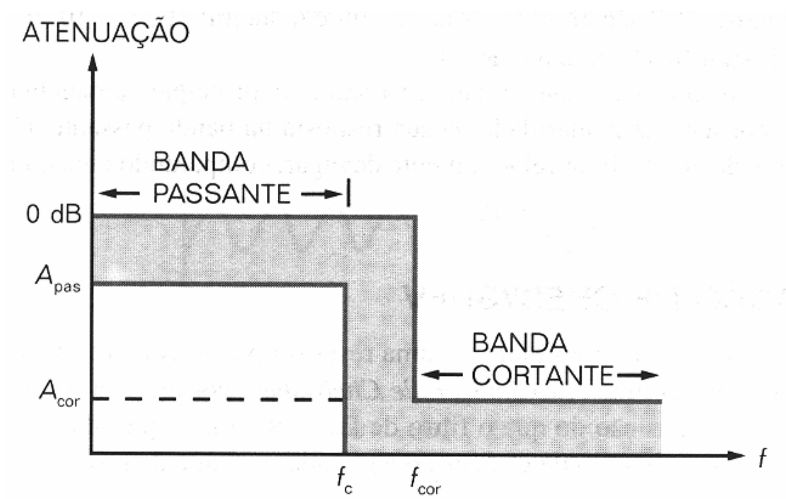
Este filtro é útil quando se quer produzir um determinado desfasamento no sinal a filtrar sem variar a sua amplitude.

ESPECIFICAÇÃO DE UM FILTRO

As respostas ideais analisadas antes são impossíveis de realizar em circuitos práticos. A especificação de um filtro deve ser feita com base em parâmetros que determinam uma transmissão aceitável para o filtro, que pode aproximar-se mais ou menos do caso ideal. No entanto, quanto mais se pretender um filtro próximo do ideal, mais complexo será o circuito electrónico respectivo.

A transmissão de um **filtro passa baixo** é especificada com 4 parâmetros:

1. f_c : frequência de corte ou frequência de canto;
2. f_{cor} : frequência mínima da banda cortante ;
3. A_{pas} : máxima variação permitida para a atenuação na banda de passagem;
4. A_{cor} : atenuação mínima na banda cortante.



As especificações para os outros tipos de filtros são feitas com base em parâmetros análogos.

ORDEM DE UM FILTRO *n*

Filtro passivo: ***n*** = nº de bobines + nº de condensadores

Filtro activo: ***n*** = nº de circuitos RC

Quanto maior for a ordem mais complicado será o filtro.

APROXIMAÇÕES DE FILTROS

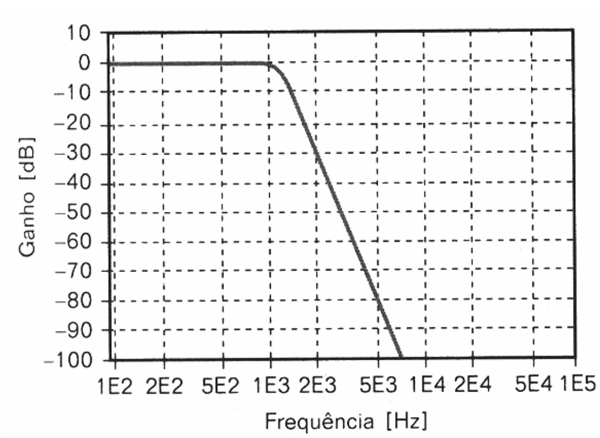
Há cinco aproximações normalizadas que se usam como compromissos às respostas ideais dos diferentes tipos de filtros. Cada uma oferece uma vantagem que as restantes não têm.. A aproximação escolhida por um projectista depende do que se considera aceitável na aplicação pretendida.

1. Aproximação de Butterworth

Também chamada aproximação plana óptima

Resposta passa-baixo de Butterworth:

- atenuação na banda passante igual a zero, diminuindo para A_{pas} em f_c - *vant.*
- $f > f_c$: Declive ≅ 20n dB/década = 6n dB/oitava - *inconv.*

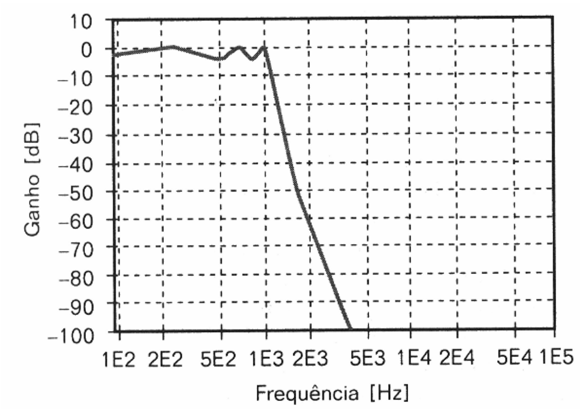


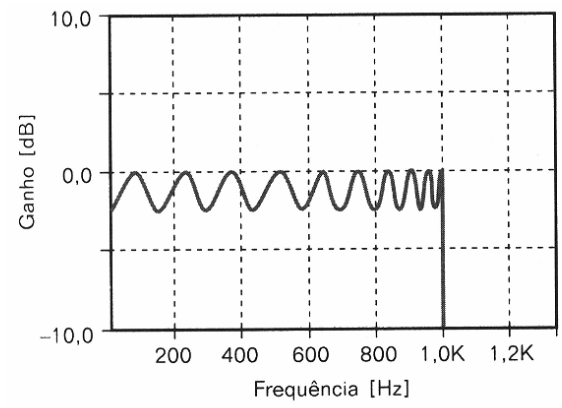
$\boldsymbol{n} = 6$, $\boldsymbol{A_{pas}}$ =2,5 dB e $\boldsymbol{f_c}$ = 1 kHz

2. Aproximação de Chebyshev

Resposta passa-baixo de Chebyshev:

- ondulações na banda passante, com o mesmo valor pico a pico ;
  – por isso também chamada de "aproximação de igual ondulação"
- ordem do filtro: n = 2 × nº de ondulações;
- declive na zona de transição mais acentuado que na aprox. de Butterworth.

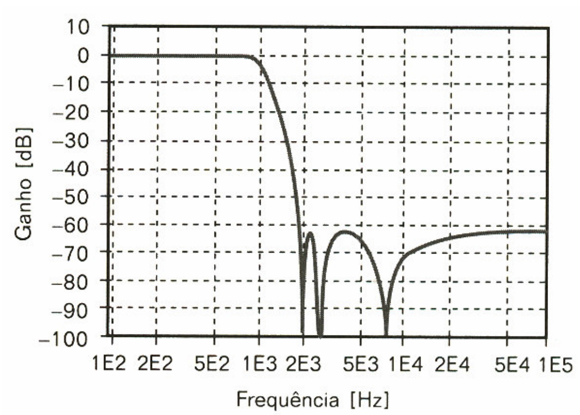




3. Aproximação de Chebyshev inversa

Resposta passa-baixo de Chebyshev:

- resposta plana na banda passante;
- ondulações na banda de rejeição que podem atingir A_{cor} (especificação necessária);
- declive na zona de transição acentuado – comparável ao caso anterior.

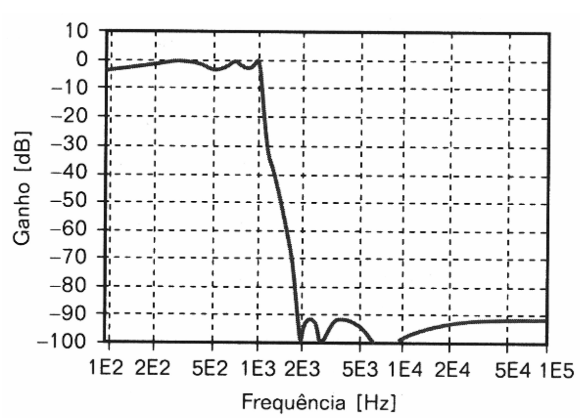


$n = 6$, A_{pas} =2,5 dB e $f_c = 1$ kHz :

4. Aproximação elíptica

Resposta passa-baixo elíptica:

- maior declive possível na zona de transição;
- ondulações na banda passante;
- ondulações na banda de rejeição.



$n = 6$, A_{pas} =2,5 dB e $f_c = 1$ kHz :

5. Aproximação de Bessel

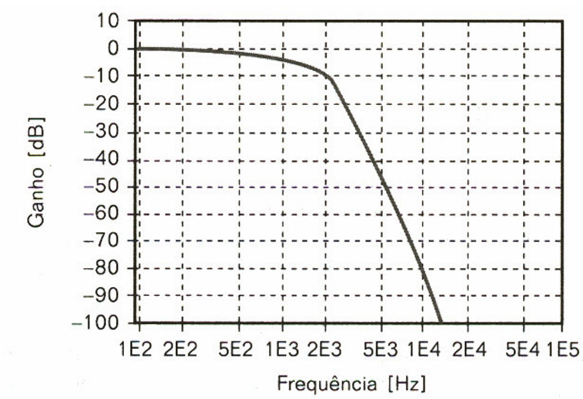
Resposta passa-baixo de Bessel:

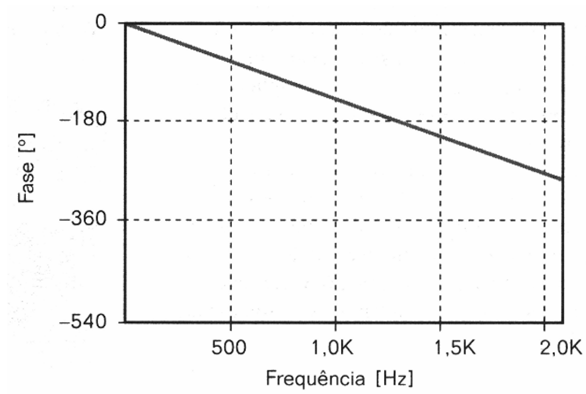
- declive na zona de transição muito menor do que num filtro de Butterworth;
- banda passante plana;
- banda de rejeição sem ondulações.

Dado um conjunto de especificações para um filtro, a aproximação de Bessel é a que origina um filtro de maior ordem ou maior complexidade do circuito quando se comparam as diferentes aproximações.

A aproximação de Bessel é utilizada para produzir um desfasamento linear da frequência, comprometendo o declive

$\boldsymbol{n} = 6$, $\boldsymbol{A_{pas}}$ =2,5 dB e $\boldsymbol{f_c}$ = 1 kHz :

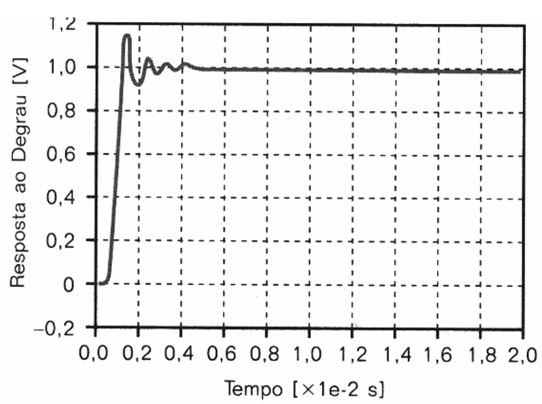




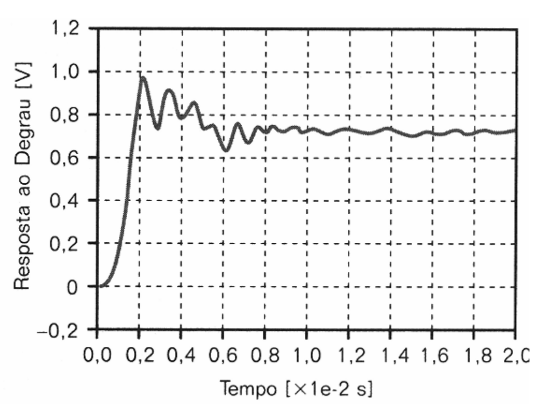
O desfasamento linear faz com que a distorção de um sinal não sinusoidal seja mínima.

Resposta ao degrau unitário de um filtro passa-baixo

Butterworth

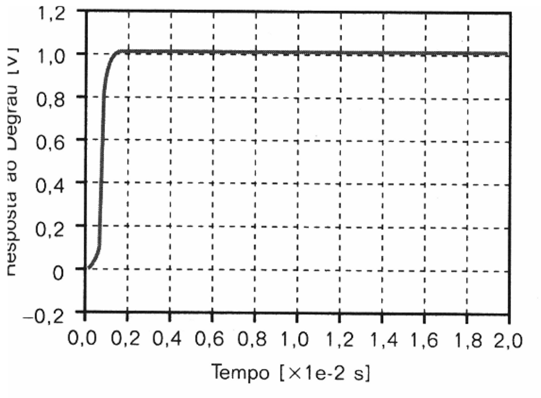


Chevyshev



$\boldsymbol{n} = 10$, $\boldsymbol{A_{pas}}$ = 3 dB e $\boldsymbol{f_c}$ = 1 kHz :

Bessel



A aproximação de Bessel é a preferida em comunicações digitais

Declive de diferentes aproximações

Exemplo:

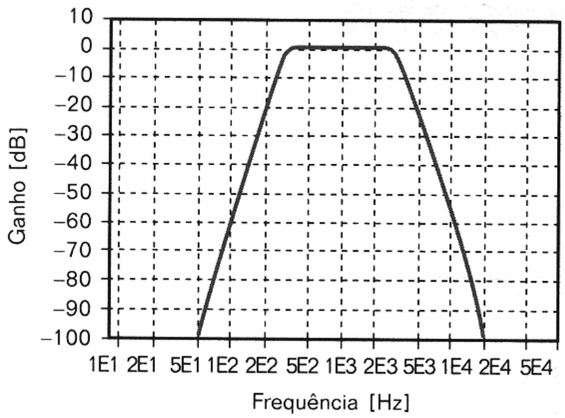
Atenuação para n = 6		
Tipo de filtro	**f_c , dB**	**$2f_c$, dB**
Bessel	3	14
Butterworth	3	36
Chebyshev	3	63
Chebyshev inverso	3	63
Elíptico	3	93

OUTROS TIPOS DE FILTROS

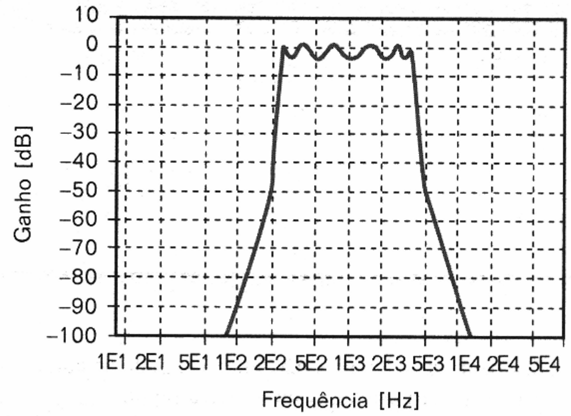
A maior parte das observações feitas antes aplica-se também aos filtros passa-alto, passa-banda e rejeita-banda.

As respostas passa-alto das cinco aproximações referidas são como imagens reflectidas no espelho das suas contrapartidas passa-baixo.

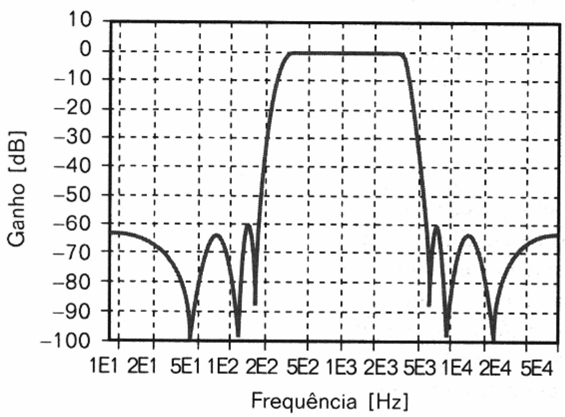
Respostas passa-banda



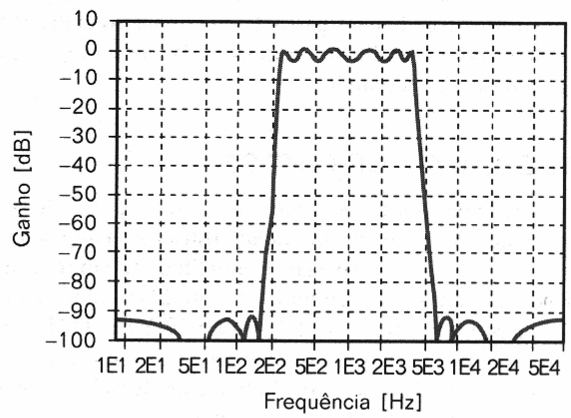
a)



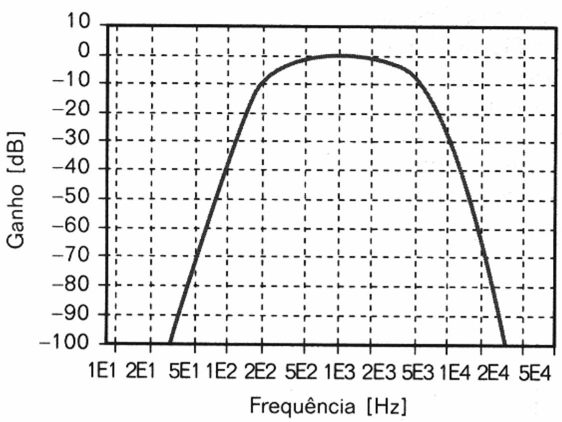
b)



c)



d)

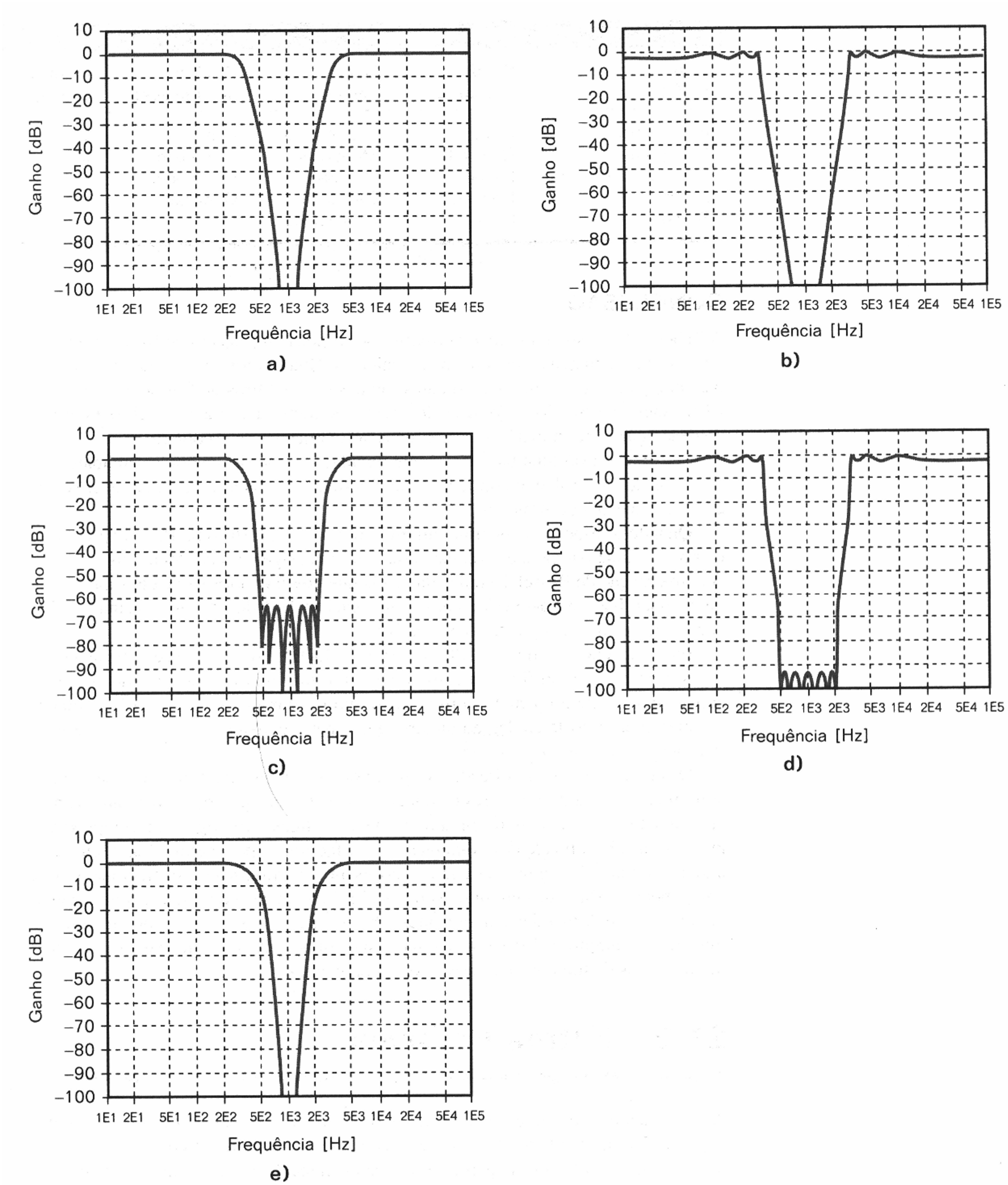


e)

$n = 12$
$A_{pas} = 3$ dB
$f_0 = 1$ kHz
$L_b = 3$ kHz

a) Butterworth
b) Chebyshev
c) Chebyshev inverso
d) Elíptico
e) Bessel

Respostas corta-banda



a) Butterworth
b) Chebyshev
c) Chebyshev inverso
d) Elíptico
e) Bessel

Resumo – aproximações de filtros

Tipo de Filtro	Banda de passagem	Banda de corte	Declive de transição	Resposta ao degrau
Butterworth	Plana	Não ondulada	Bom	Boa
Chebyshev	Ondulada	Não ondulada	Muito bom	Má
Chebyshev inverso	Plana	Ondulada	Muito bom	Boa
Elíptico	Ondulada	Ondulada	O melhor	Má
Bessel	Plana	Não ondulada	Mau	A melhor

Os circuitos com amplificadores operacionais implementam qualquer uma das cinco aproximações usando resistências e condensadores. Há disponíveis muitos circuitos diferentes que oferecem um resultado vantajoso, conjugando a complexidade do projecto, a sensibilidade dos componentes e a facilidade de sintonia.
Por exemplo, alguns circuitos de segunda ordem usam apenas um amplificador operacional e poucos componentes. Outros circuitos de segunda ordem podem usar três ou mais amplificadores operacionais, mas estes circuitos complexos dependem muito menos da tolerância e deriva dos componentes.

FILTROS ACTIVOS DE 1ª ORDEM

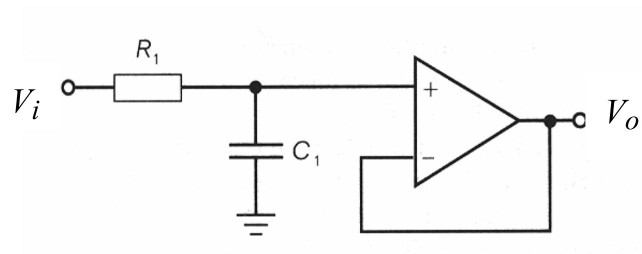
Tal como no caso dos filtros passivos, os filtros activos de 1ª ordem só produzem uma resposta passa-baixo ou passa-alto, uma vez que só têm um condensador. Os filtros passa-banda e corta-banda só são implementados quando *n* é maior que 1.

Filtro passa-baixo

As figuras seguintes mostram os diferentes modos de implementar um filtro activo passa-baixo de 1ª ordem.

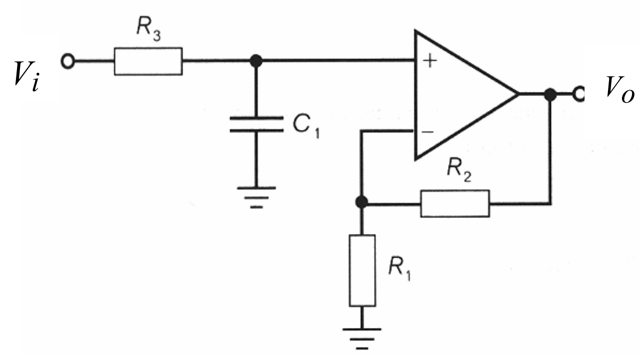
Passa-baixo não inversor de ganho unitário:

$$A_v = 1 \quad , \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$



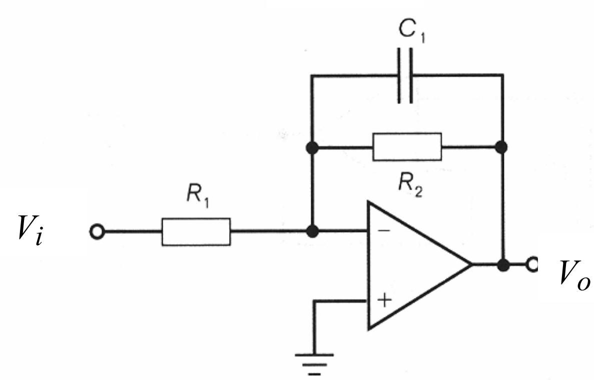
Passa-baixo não inversor com ganho de tensão:

$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1 \quad , \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_3 C_1}$$



Passa-baixo inversor com ganho de tensão:

$$A_v = -\frac{R_2}{R_1} \quad , \quad f_c = \frac{1}{2\pi R_2 C_1}$$



onde A_V é o ganho do circuito a frequências muito abaixo da frequência de corte, $f_c = \dfrac{\omega_c}{2\pi}$, sendo esta definida como sendo a frequência correspondente a uma atenuação de 3 dB .

Em qualquer caso, o módulo ou amplitude de transmissão é dado por

$$|T| = \frac{A_v}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

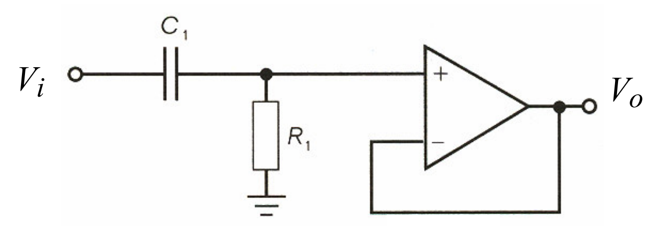
que corresponde, tal como no caso de um filtro passivo, a uma resposta de Butterworth, com uma atenuação de 20 dB/década acima da frequência de corte.

Filtro passa-alto

As figuras seguintes mostram os diferentes modos de implementar um filtro activo passa-altobaixo de 1ª ordem.

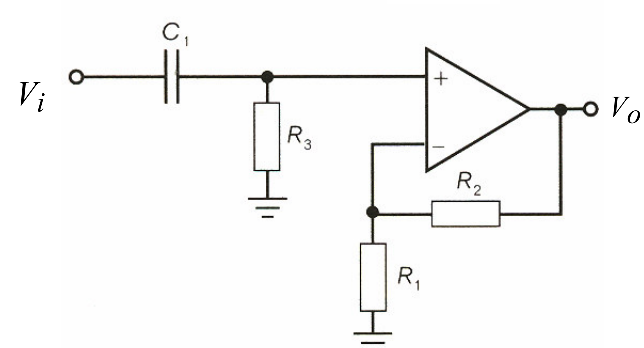
Passa-alto não inversor de ganho unitário:

$A_V = 1$, $f_c = \dfrac{1}{2\pi R_1 C_1}$



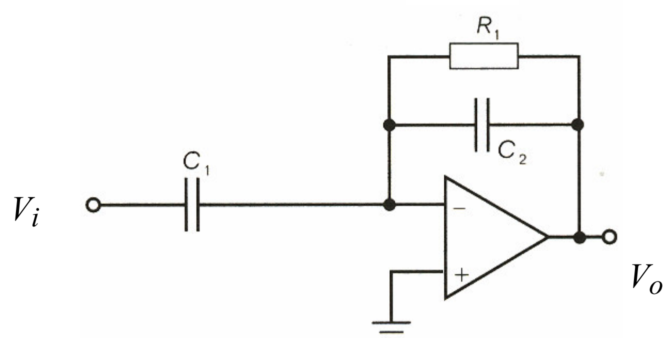
Passa-alto não inversor com ganho de tensão:

$A_v = \dfrac{R_2}{R_1} + 1$, $f_c = \dfrac{1}{2\pi R_3 C_1}$



Passa-alto inversor com ganho de tensão:

$A_v = -\dfrac{C_1}{C_2}$, $f_c = \dfrac{1}{2\pi R_2 C_1}$



onde A_V é o ganho do circuito a frequências muito acima da frequência de corte, $f_c = \dfrac{\omega_c}{2\pi}$, sendo esta definida como sendo a frequência correspondente a uma atenuação de 3 dB.

Em qualquer caso, o módulo ou amplitude de transmissão é dado por

$$|T| = \frac{A_v}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

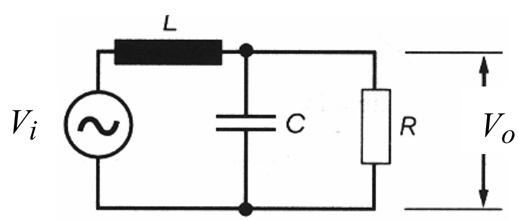
que corresponde a uma resposta de Butterworth, com uma atenuação de 20 dB/década abaixo da frequência de corte.

FILTROS PASSIVOS PASSA-BAIXO DE 2ª ORDEM

Vamos analisar os filtros passivos passa-baixo *LC* para explorar alguns conceitos que permitem explicar bastante a resposta dos filtros activos.

Frequência de Ressonância e Factor de Qualidade

A figura seguinte esquematiza um filtro *LC* passa-baixo. Este possui ordem 2 porque contém dois componentes reactivos, uma bobina e um condensador.



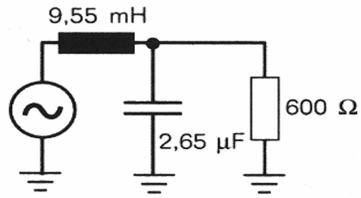
Um filtro *LC* de 2ª ordem tem uma frequência de ressonância, f_0, e um factor de qualidade, Q, dados por:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad \text{- } \textit{frequência de ressonância}$$

e

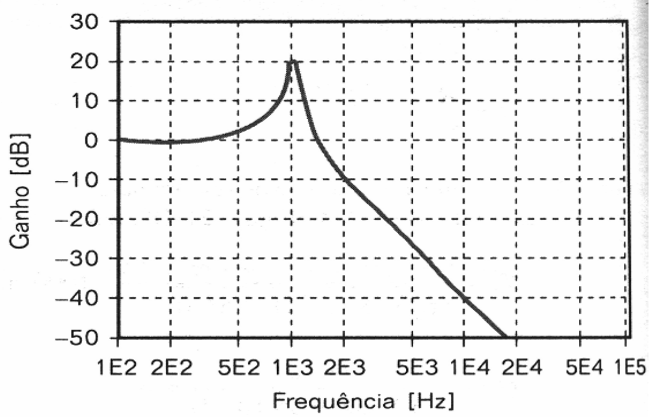
$$Q = \frac{R}{2\pi\, f_0\, L} \qquad \text{- } \textit{factor de qualidade}$$

As figuras seguintes mostram exemplos em que a frequência de ressonância é sempre a mesma mas o factor de qualidade Q varia e se mostra o seu efeito na resposta do filtro.

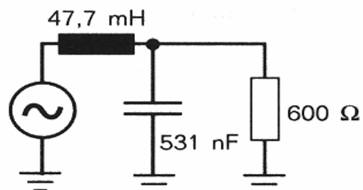


f_0 = 1kHz , Q = 10

a)

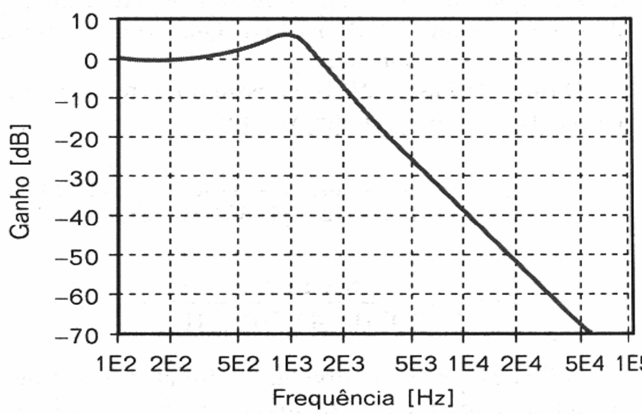


b)

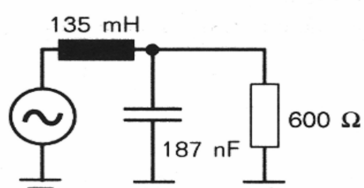


f_0 =1 kHz , Q = 2

c)

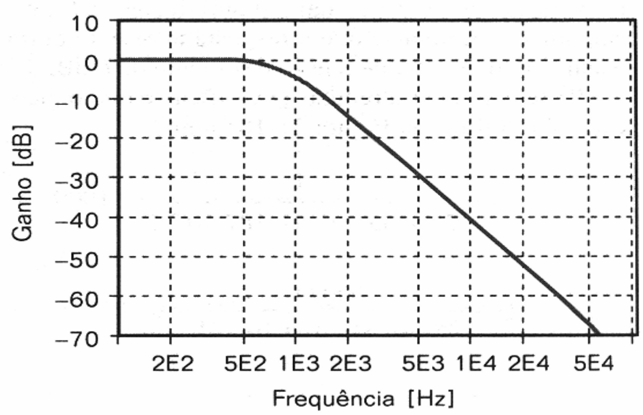


d)



f_0 = 1 kHz , Q = 0,707

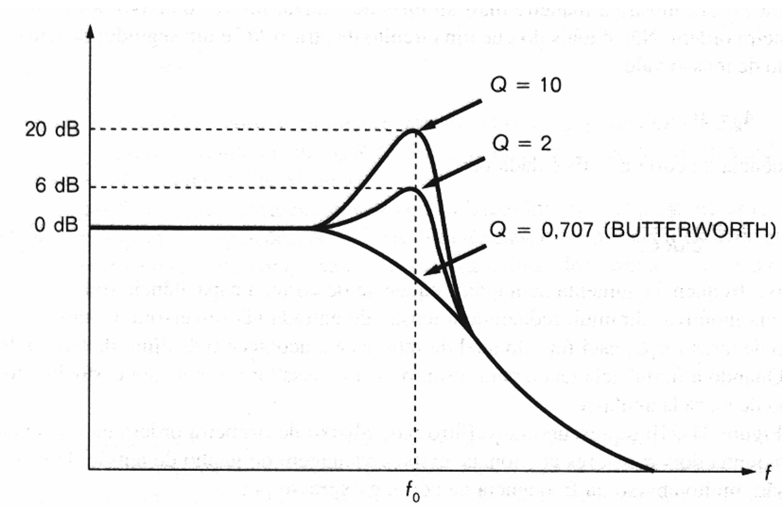
e)



f)

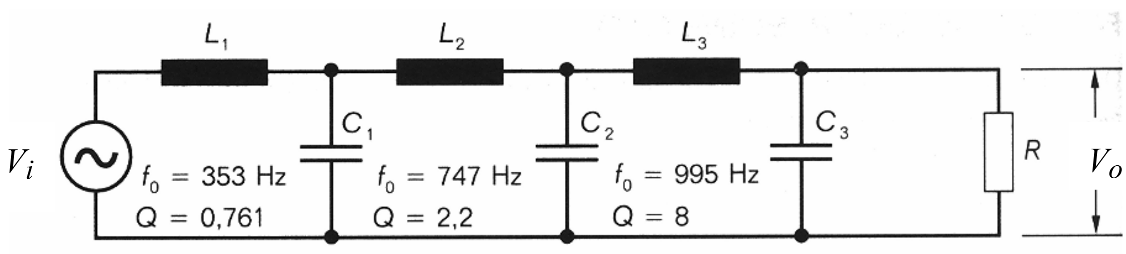
O pico da resposta dá-se na frequência de ressonância do circuito. Quando o factor de qualidade diminui, o pico de resposta diminui e anula-se quando Q = 0,707. Neste caso o filtro tem uma resposta de Butterworth.

A figura seguinte resume o efeito de Q num filtro de 2ª ordem:



Filtros LC de ordem superior

Os filtros de ordem superior a 2 são geralmente realizados pela cascata de filtros de ordem 1 e 2. A figura seguinte esquematiza um filtro de Chebyshev com uma frequência de canto (f_c) de 1 kHz e uma altura de ondulação (A_{pas}) de 1 dB. O filtro consiste em três andares de 2ª ordem, sendo portanto de ordem 6. Sendo n = 6, o filtro tem três ondulações na banda passante.



Observe-se que cada andar tem a sua própria frequência de ressonância e o seu factor de qualidade. Os factores de qualidade e as frequências de corte devem ser escalonados de modo a que, num determinado andar haja uma produção de um pico a uma frequência a que os outros andares anteriores já declinaram. Assim, a frequência de ressonância e o factor de qualidade devem aumentar quando se passa de um andar para o seguinte. Este último compensa o declínio originado no anterior.

A ideia de escalonar as frequências de ressonância e os factores de qualidade aplica-se aos filtros activos e aos filtros passivos.

FILTROS ACTIVOS PASSA-BAIXO DE 2ª ORDEM

Os filtros de 2ª ordem são muito comuns porque são fáceis de realizar e analisar e porque os filtros de ordem superior costumam ser feitos pela cascata de andares de 2ª ordem. Cada andar de segunda ordem tem uma frequência de ressonância e um factor de qualidade determinantes do pico que ocorre.

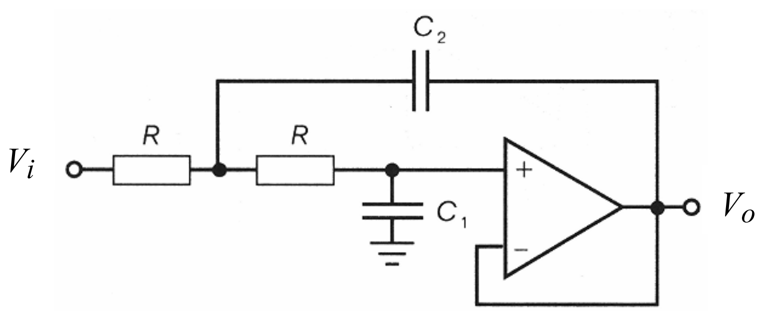
No projecto de filtros activos há uma frequência especial que se designa por frequência de pólo f_p e que é dada por

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \qquad \textit{- frequência de pólo}$$

Esta relaciona-se com a frequência de corte e a frequência a 3 dB.

Filtros de Sallen-Key

Um tipo de filtros de 2ª ordem muito popular é constituído pelos filtros de Sallen-Key, dos quais se apresenta o filtro passa-baixo na figura seguinte:



Este circuito pode implementar três das aproximações básicas: Butterworth, Chebysev e Bessel.

Este filtro caracteriza-se por:

$$A_v = 1 \qquad \textit{- ganho a baixas frequências}$$

$$Q = 0{,}5\sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \qquad \textit{- factor de qualidade}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\, R\sqrt{C_1 C_2}} \qquad \textit{- frequência de pólo}$$

Respostas de Butterworth e de Bessel

Nas aproximações de Butterworth e de Bessel as frequências de corte e de pólo relacionam-se por um factor K_c tal que

$$f_c = K_c\ f_p$$

Numa resposta de Butterworth $Q = 0{,}707$ e $K_c = 1$

Numa resposta de Butterworth $Q = 0{,}577$ e $K_c = 0{,}786$

Nos filtros de Butterworth e de Bessel a frequência de corte é a frequência em que a atenuação vale 3 dB.

Resposta de Chebyshev – resposta com pico

Quando $Q > 0{,}707$ podem ser calculadas três frequências com as equações seguintes:

$$f_0 = K_0\ f_p \qquad \text{- } \textit{frequência de ressonância}$$

$$f_c = K_c\ f_p \qquad \text{- } \textit{frequência de canto}$$

$$f_{3dB} = K_3\ f_p \qquad \text{- } \textit{frequência a 3 dB}$$

A tabela seguinte indica os valores dos K e A_p (altura de ondulação) em função de Q. Os valores de Bessel e Butterworth aparecem primeiro.

Q	K_0	K_c	K_3	A_p, dB
0,577	–	0,786	1	–
0,707	–	1	1	–
0,75	0,333	0,471	1,057	0,054
0,8	0,467	0,661	1,115	0,213
0,9	0,620	0,874	1,206	0,688
1	0,708	1,000	1,272	1,25
2	0,935	1,322	1,485	6,3
3	0,972	1,374	1,523	9,66
4	0,984	1,391	1,537	12,1
5	0,990	1,400	1,543	14
6	0,992	1,402	1,546	15,6
7	0,994	1,404	1,548	16,9
8	0,995	1,406	1,549	18
9	0,997	1,408	1,550	19
10	0,998	1,410	1,551	20
100	1,000	1,414	1,554	40

Para $Q > 10$ usam-se as seguintes aproximações:

$K_0 = 1$ $\qquad K_c = 1{,}414$ $\qquad K_3 = 1{,}55$ $\qquad A_p = 20 \log Q$

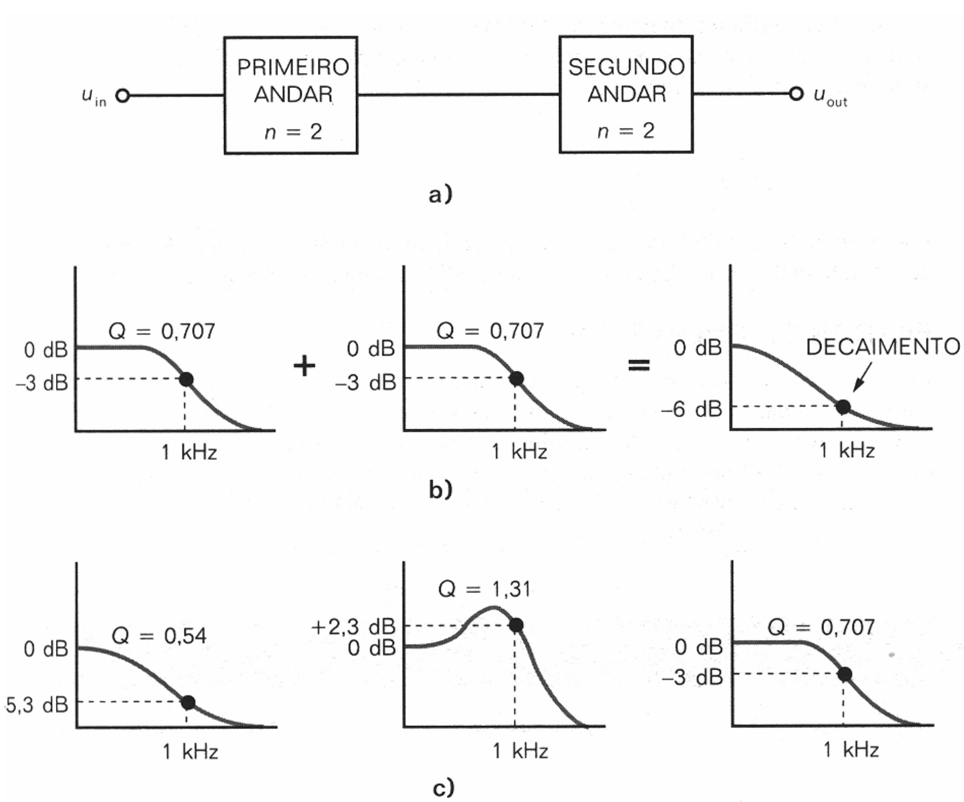
Os valores indicados na tabela são válidos para todos os andares passa-baixo de 2ª ordem.

FILTROS ACTIVOS PASSA-BAIXO DE ORDEM SUPERIOR

A abordagem normalizada na realização de filtros de ordem superior consiste na cascata de andares de primeira e segunda ordem. Por exemplo, se quisermos realizar um filtro de ordem 5 necessitamos de um filtro de ordem 1 e dois filtros de ordem 2, enquanto se quisermos realizar um filtro de ordem 6 necessitamos de três filtros de ordem 2.

Filtros de Butterworth

Quando os andares de filtros se conectam em cascata adiciona-se a atenuação em decibéis de cada andar para se obter a atenuação total.
Por exemplo, a figura seguinte, em a), apresenta dois andares de segunda ordem em cascata. Cada um tem uma resposta de Butterworth, com uma atenuação de 3 dB à frequência de corte de 1 kHz. A atenuação total vai ser de 6 dB a 1 kHz, como mostra a figura em b).
Para se obter uma resposta de Butterworth de ordem superior, neste caso 4, os factores de qualidade devem ser escalonados acima e abaixo de 0,707 como mostra a figura em c).



A tabela seguinte indica os valores escalonados de Q dos andares usados em filtros de Butterworth de ordem superior. Todos os andares têm a mesma frequência de pólo, mas cada andar possui um factor de qualidade diferente.

Valores escalonados de Factores de Qualidade Q em Filtros Passa-Baixo de Butterworth :

Ordem	1.º Andar	2.º Andar	3.º Andar	4.º Andar	5.º Andar
2	0,707				
4	0,54	1,31			
6	0,52	1,93	0,707		
8	0,51	2,56	0,6	0,9	
10	0,51	3,2	0,56	1,1	0,707

Filtros de Bessel

Com os filtros de Bessel de ordem superior é necessário escalonar ambos os valores dos factores de qualidade e frequências dos pólos dos andares. A tabela seguinte indica os valores de Q e f_p de cada andar num filtro com uma frequência de corte de 1 kHz.
Se a frequência for diferente de 1 kHz, as frequências de pólos da tabela serão escalonadas numa proporção directa através de um factor de escala de frequência F_p dado por

$$F_p = \frac{f_c}{1\,kHz}$$

Valores escalonados de Factores de Qualidade Q e Frequências de Pólos em Filtros Passa-Baixo de Bessel (fc = 1000 Hz):

Ordem	Q_1	f_{p1}	Q_2	f_{p2}	Q_3	f_{p3}	Q_4	f_{p4}	Q_5	f_{p5}
2	0,577	1274								
4	0,52	1432	0,81	1606						
6	0,51	1607	1,02	1908	0,61	1692				
8	0,51	1781	1,23	2192	0,71	1956	0,56	1835		
10	0,50	1946	1,42	2455	0,81	2207	0,62	2066	0,54	1984

Filtros de Chebyshev

Com os filtros de Chebyshev há que escalonar Q e f_p . Além disso, tem que se incluir a altura de ondulação. A tabela seguinte indica os valores de Q e f_p de cada andar de um filtro de Chebyshev.

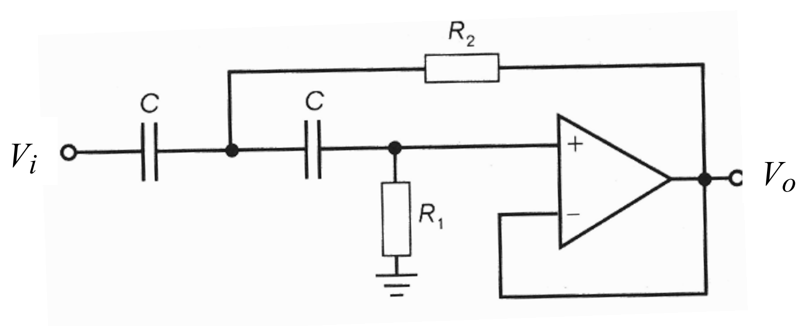
Valores de A_p, Q e f_p de Filtros Passa-Baixo de Chebyshev (fc = 1000 Hz):

Ordem	A_p, dB	Q_1	f_{p1}	Q_2	f_{p2}	Q_3	f_{p3}	Q_4	f_{p4}
2	1	0,96	1050						
	2	1,13	907						
	3	1,3	841						
4	1	0,78	529	3,56	993				
	2	0,93	471	4,59	964				
	3	1,08	443	5,58	950				
6	1	0,76	353	8	995	2,2	747		
	2	0,9	316	10,7	983	2,84	730		
	3	1,04	298	12,8	977	3,46	722		
8	1	0,75	265	14,2	997	4,27	851	1,96	584
	2	0,89	238	18,7	990	5,58	842	2,53	572
	3	1,03	224	22,9	987	6,83	839	3,08	566

FILTROS ACTIVOS PASSA-ALTO DE 2ª ORDEM

Filtros de Sallen-Key

A figura seguinte mostra o esquema de um filtro passa-alto de Sallen-Key de ganho unitário. Observe-se que as posições das resistências e dos condensadores foram trocadas entre si relativamente ao esquema de um filtro passa-baixo.



Este filtro caracteriza-se por:

$A_v = 1$ *- ganho a baixas frequências*

$$Q = 0{,}5\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$ *- factor de qualidade*

$$f_p = \frac{1}{2\pi C\sqrt{R_1 R_2}}$$ *- frequência de pólo*

Os cálculos são semelhantes aos discutidos nos filtros passa-baixo, salvo que se tem de dividir a frequência de pólo pelos valores dos *K* em vez de multiplicar, para obter f_c, f_0 e f_{3dB} .